



## 30. 펌핑 종합 세트

## 1. 이산수학의 이해

### 1) 이산수학의 의미

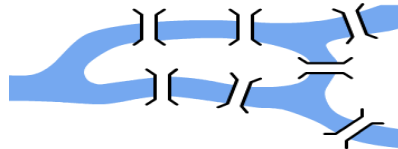
- 이산수학 : 수학의 여러 분야 中 이산 객체를 다루는 수학의 한 분야
  - ① 그래프 이론 : 가장 핵심이 되는 이론
  - ② 게임 이론 : 여러 가지 게임 전략을 다루는 이론
  - ③ 세기 이론 : 포함과 배제의 원리, 교란의 원리, 비둘기 집의 원리 등 여러 가지 수를 세는 이론
  - ④ 분할 이론 : 여러 가지의 집합으로 나누어 보는 이론
  - ⑤ 분배 이론 : 공평하게 재산 등을 분배하는 이론

### 2) 그래프 이론

- ① 그래프 이론은 이산수학의 핵심 이론으로 수학의 여러 분야 중에서 비교적 최근에 활발히 연구되기 시작함

- 그래프 : 점과 선으로 이루어진 길(그림)
- 꼭짓점 : 그래프에서 점
- 변 : 꼭짓점을 연결한 선

- ② 18세기 쾨니히스베르크 다리



Q. 이 도시를 흐르는 프레겔 강 위로 도시와 강안에 섬을 연결하여 놓여 있는 7개의 다리를 오직 한 번만 건너면서 출발한 자리로 돌아오는 방법이 있을까?

→ 오일러 : 문제 증명, 이 방법이 그래프(길) 이론의 출발이 됨

- ③ 그래프(길) 이론은 실생활과 밀접한 관련이 있음
  - 인쇄 회로 문제 : 한 평면에 인쇄 회로 기판을 서로 겹치지 않게 설계
  - 집배원 문제 : 집배원이 모든 지점을 한 번만 지나감
  - 판매원 문제 : 판매원이 출발점에서 시작하여 가능한 한 짧은 거리로 모든 지점을 한 번만 방문
  - 최단 경로 문제 : 여행가가 지도를 보고 가장 짧은 시간에 갈 수 있음
  - 지도 색칠 문제 : 지도를 가능한 한 적은 색깔로 색칠
  - 시간표 작성 문제 : 주어진 시간표나 경기를 효율적으로 배치

## 2. 다양한 생활 속의 길

### 1) 길

길 : 여러 개의 모서리가 각 모서리의 앞과 뒤에 위치한 꼭짓점을 그 모서리의 양 끝점으로 가지는 것

- 오솔길(trail): 모든 모서리가 각각 다른 길

- 경로(path) 또는 사슬(chain): 시작점과 끝점을 제외한 모든 꼭짓점이 각각 다른 길

- 순환로 또는 회로(cycle): 닫혀진 경로

ex) -  $a \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow c$ 는 닫혀있지 않은 길이고, 오솔길이지만 경로는 아님

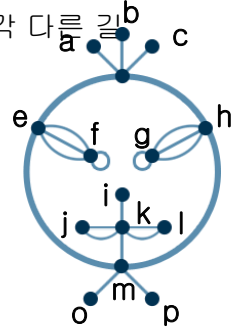
-  $a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow m \rightarrow k$ 는 닫혀있지 않은 경로임

-  $a \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow e \rightarrow d \rightarrow a$ 는 닫힌 길이지만 오솔길도, 경로도 아님

-  $k \rightarrow j \rightarrow k \rightarrow i \rightarrow k$ 는 닫힌 오솔길이지만 순환로는 아님

-  $f \rightarrow f$ ,  $g \rightarrow g$ 는 고리(loop)인 순환로임

-  $h \rightarrow g \rightarrow h$ ,  $d \rightarrow e \rightarrow m \rightarrow h \rightarrow d$ 는 순환로임



### 2) 오일러의 오솔길

- 한붓그리기는 점과 선으로 이루어진 도형을 펜을 떼지 않고 선을 한 번만 지나면서 그릴 수 있는가 하는 문제

- 선형그래프에서 그 그래프의 모든 모서리(선)를 다 포함하면서 모서리가 각각 다른 연결된 길을 찾을 수 있는가의 문제

① 오일러의 오솔길(Euler's trail) : 한 그래프의 모든 모서리를 다 포함하는 오솔길

② 오일러의 순환로(Euler's cycle) : 닫혀있는 오일러의 오솔길

- 우체부의 문제

Q. 우체부는 모든 길을 다 지나가고 우체국에 되돌아와야 하는데, 수고를 덜기 위하여 한 번 간 길을 다시 가지 않음

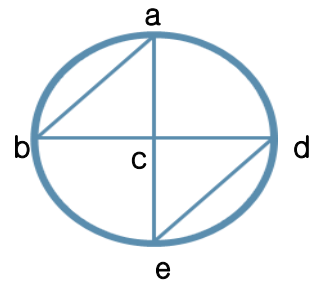
→ 우체부는 오일러의 순환로를 찾아야 함

= “중국인 우체부 문제(chinese postman problem)”라고 함

- 오일러 순환로 :  $a-b-c-d-e-c-a-b-e-d-a$

- 오일러 오솔길 :  $e-c-a-b-c-d-a-b-e-d$

→ 한붓그리기 문제는 다음과 같은 세 가지로 정리 가능



A1. 연결된 그래프가 오일러의 순환로를 가질 필요충분조건은 꼭짓점의 차수가 모두 짝수일 때임 [짝수점]

A2. 연결된 그래프가 닫혀있지 않은 오일러의 오솔길을 가질 필요충분조건은 홀수 차수를 가지는 꼭짓점이 꼭 2개 있을 때임 [홀수점 2개]

A3. 연결된 그래프의 한붓그리기가 가능할 필요충분조건은 꼭짓점의 차수가 모두 짝수이거나 홀수 차수를 가지는 꼭짓점이 꼭 2개 있을 경우임

## 2. 다양한 생활 속의 길

### 3) 해밀턴 경로와 해밀턴 순환로

– 해밀턴 경로(Hamilton path)

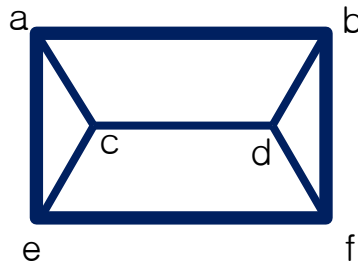
: 한 그래프의 모든 점을 다 포함하는 경로

– 해밀턴 순환로(Hamilton cycle), 해밀턴 회로(Hamilton circuit)

: 닫혀있는 해밀턴 경로

: 해밀턴 순환로는 한 꼭짓점에서 출발하여 모든 꼭짓점을 한 번씩만 지나고 다시 출발점으로 되돌아오는 경로

– 세일즈맨 문제



Q. 세일즈맨은 길은 상관하지 않지만, 모든 지점을 다 방문하고 자기 사무실로 되돌아와야 함  
방문할 지점들 사이에는 버스 노선이 있는 곳도 있고, 없는 곳도 있음

세일즈맨이 버스만 이용하여 모든 지점을 다 방문하고 회사로 돌아오기 위하여는 해밀턴 순환로를  
찾아야 함

– 해밀턴 순환로 :  $a \rightarrow e \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow f \rightarrow b \rightarrow a$

– 해밀턴 경로 :  $a \rightarrow e \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow f \rightarrow b$

### 3. 이산수학의 수학 펌핑 수업

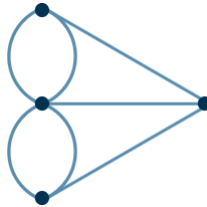
#### 1) 그림을 점과 선으로 바꾸기

- 본 활동은 여러 가지 도형이나 그림, 지도 등을 점과 선으로 바꾸는 활동으로 이루어져 있음
- 이는 점과 선으로 이루어진 그래프 이론의 핵심 사항



#### 2) 오일러 순환길

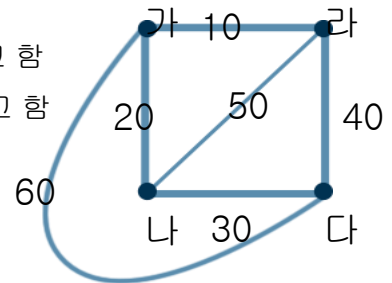
- 본 활동은 오일러 순환길을 배움, 응용 문제를 해결하는 활동임



괴니히스베르크의 다리의 오일러 순환길 문제

- 응용 문제

Q. 집배원이 다음과 같은 거리를 다니면서 우편물을 배달하려고 함  
어떤 한 지점에서 출발하여 다시 출발한 지점으로 도착하려고 함  
선 위의 숫자는 길을 지나는데 통과하는 시간(분)을 나타냄



Q1. 어떤 한 지점에서 출발하여 모든 거리를 한 번만 통과하여 다시 그 지점으로 되돌아오는 길 이 있습니까?

A1. 없다.

Q2. 모든 거리를 한 번만 통과하여 배달할 수 없다면 갔던 길을 다시 가야 합니다. 가장 빠른 시간 에 모든

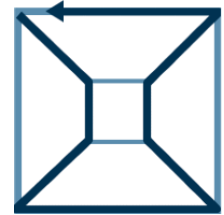
거리를 갈 수 있는 길과 소요된 시간을 알아보시다.

A2. 가→라→다→나→라→가→나→다→가 (순서가 바뀐 여러 가지 경우가 나옴)  
총 250분 (4시간 10분)

### 3. 이산수학의 수학 펌핑 수업

#### 3) 해밀턴 순환길

- 본 활동은 **해밀턴 순환길**을 배움
- **응용 문제를 해결**하는 활동
- 오일러 순환길이 모든 선을 한 번만 통과하는 개념인데 비해서 **해밀턴 순환길은 모든 점을 한 번만 통과**하는 개념

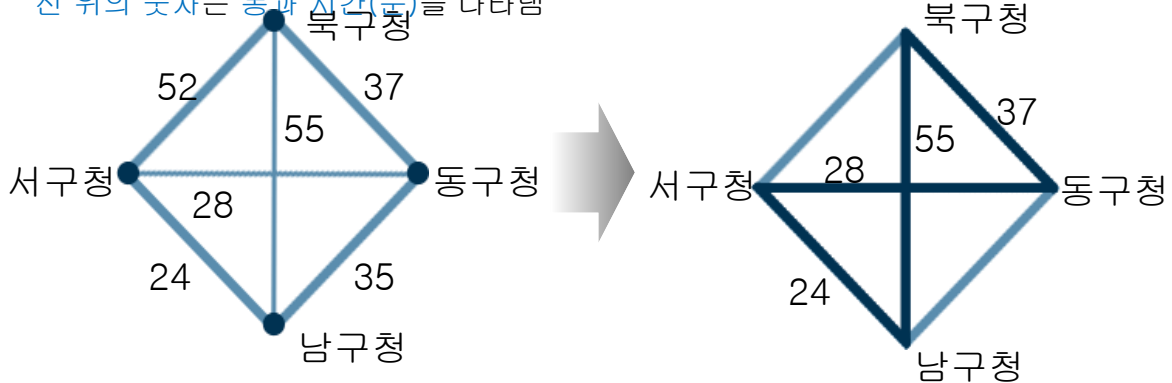


- 모든 길을 다 지나가야 하는 상황이라면 오일러 순환길과 관련된 문제
- 모든 길을 다 지나갈 필요 없이 **모든 건물**을 다 지나가야 하는 상황이라면 해밀턴 순환길과 관련된 문제

- 응용문제

Q. 4개의 구청에 홍보물을 전달

한 지점에서 전달하기 시작하여 다시 그 지점으로 되돌아오면 일을 마무리한다고 할 때, **가장 빨리 끝낼 수 있는 길을 찾기**  
선 위의 숫자는 **통과 시간(분)**을 나타냄



#### 4) 지금까지 본 수학 펌핑 수업

- 응용문제

이산수학의 여러 분야 중에서 **초등학교 학생들이 쉽게 이해할 수 있는 소재**들을 다룰 수 있도록 함

- ① 여러 가지 길을 찾기
- ② 가장 빠른 길(**해밀턴 순환길**)을 찾기
- ③ **수학적 원리나 사실**을 발견하고, 만들어 봄
- ④ 수학적 창의성의 **유창성, 융통성, 정교성, 독창성**을 기르도록 함