

01. 이야기꾼 선생님

가난한 농부의 딸과 바둑돌 게임

옛날 아주 옛날 어느 곳에 가난한 농부와 딸이 살고 있었다. 어느 해 여름 가뭄이 계속되어 작물이 모두 말라 죽었다. 생활이 곤란해진 농부는 마을의 부자에게 돈을 빌려 그럭저럭 그해를 살았다. 그러나 불행은 계속되어 다음 해도 가뭄이 지속되고 또 다시 작물은 모두 말라죽었다. 농부는 또 다시 부자에게 갔다. 그러나 부자는 순순히 돈을 빌려주지 않았다. 농부는 계속해서 애원을 했다. 그러자 부자는 한 가지 제안을 했는데, 부자가 내는 문제를 풀면 빚을 모두 청산해주고, 반대로 문제를 풀지 못하면 농부의 딸을 아내로 맞이한다는 것이었다. 부자의 문제는 이러했다. “여기 하얀 돌과 검은 돌이 한 개씩 있다. 이것을 주머니 속에 넣은 후, 너희 딸에게 한 개만을 집으라고 하겠다. 딸이 하얀 돌을 집으면, 작년에 빌린 돈을 안 갚아도 된다. 그리고 올해도 또 돈을 빌려줄 것이다. 그러나 딸이 검은 돌을 집었을 때는 빚진 돈을 당장 내놓아야 하고, 너의 아름다운 딸을 나의 신부로 보내야 한다.” 그런데 이 부자는 나쁜 사람이었다. 부자는 몰래 주머니에 검은 돌만 2개를 넣었다. 그것을 눈치 챈 딸은 이 게임에 도전해서 무난히 난관을 헤쳐 나갔다.

선생님: 주머니에서 흰 돌이 나올 경우의 수는 얼마일까?

학생 1: 0이에요. 2개다 검은 돌이니깐요.

선생님: 그래. 경우의 수는 0이야. 그런데 딸이 이 게임에서 이겼는데. 검은 돌이 2개라서 흰 돌이 나올 경우의 수가 0인데 말이야. 딸은 어떻게 이 게임을 이길 수 있었을까?

학생 1: 음...먼저 주머니 안을 보여 달라고 하면 안 돼요?

선생님: 좋은 아이디어인데? 또 다른 생각은 없어?

학생 2: 만약 제가 딸이라면 그 부자랑 결혼하는 것도 나쁘지 않을 것 같아요. 부자잖아요.

학생 3: 농담하지 마. 착한 부자가 아니잖아. 속임수를 쓰는 나쁜 부자라고.

학생 2: 그 딸을 너무 사랑해서 속임수를 쓰려는 것일 수도 있잖아.

학생 3: 나라면 바로 집을 나갈 거야.”

선생님: 재밌는 이야기들이 많이 나오는구나. 그럼 또 다른 의견도 들어볼까?

학생 4: 미리 하얀 돌을 집어서 주머니 속에 손을 감춰서 한 개를 집은 척 해요.

학생 5: 소매에 하얀 돌을 숨겨서 주머니 속에서 몰래 바꿔요.

학생 6: 손에 하얀 그림물감을 발라서 검은 돌에 묻혀서 하얗게 만들어요.

선생님: 속임수를 쓰는 부자를 상대하려다 보니 같이 속임수를 쓰는 의견이 나오는구나. 아쉽지만 어느 것도 결정적인 답은 아니구나. 주머니 속을 확인한다거나 같이 속임수를 쓰는 것은 안 돼.

학생 7: 주머니 속에 손을 넣어, 돌을 한 개 꺼낸 다음에, “주머니 속에는 어떤 색의 바둑들이 남겨져 있나요?”라고 물어요. 그럼 당연히 검은 바둑돌이 남겨져 있기 때문에, “그럼, 내가 잡은 것은 하얀 바둑돌이군요.”라고 말하면 되요.

선생님: 너무 좋은 생각이구나. 훌륭해. 그것도 답이 될 수 있겠다. 하지만 이 게임은 딸이 돌을 집어야 한데. 그런데 돌을 집으면 검은 돌만 집을 수 있잖니. 좀 더 생각해볼까? 힌트는 주머니와 밖이야.

학생 8: 알았어요. 주머니 밖에서 돌을 집어요!

선생님: 선생님이 준비한 답을 생각해냈구나. 먼저, 딸은 영리하게 이렇게 말하는 거야. “저는 주머니 속에 손을 넣는 것이 무서워요. 겉에서 잡을래요!” 그리고 주머니 겉에서 돌을 하나 선택해서 잡고 뒤집는 거야. 그러면 검은 돌이 굴러 떨어지겠지? 이때 주머니 겉에서 바둑들을 잡고 있기 때문에 농부의 딸이 쥔 바둑돌은 보여주지 않아도 된다는 거야.

6학년 ‘확률’ 첫 시간을 이렇게 시작할 수 있습니다. 어떠세요? 이야기로 시작을 하면 자연스럽게 배우고자 하는 단원에 접근할 수 있습니다. 우리가 10년이 넘게 배운 수학의 공식들 다 기억나시나요? 하지만 백설공주나 신데렐라 이야기는 기억나시죠? 이것이 바로 이야기의 힘입니다. 위의 이야기로 확률에 대해 공부한 아이들은 아마 확률과 경우의 수에 대해 쉽게 잊어버리질 못하겠죠. 또한 위의 문제를 풀 때 계속 주머니 속에 손을 넣는 방법만 생각하면 전혀 문제를 풀 수 없습니다. 생각의 전환이 필요합니다. 이러한 생각의 전환이 다양한 문제 상황에서 요구되는 창의성과 응용력을 키울 수 있게 해줍니다.

수학시간에 교과서만이 아닌 다른 이야기들로 수업을 열어갈 수 있습니다. 수학시간에 학생들과 나눌 수 있는 이야기들을 알아볼까요?

① 수학자 이야기

수학자의 유명한 일화는 학생들에게 수학적 개념 이해와 맥락을 파악하는 데 도움이 될 뿐만 아니라 수학에 대한 생각이나 태도에도 영향을 미칠 수 있습니다. 특히나 수학의 개념에 얽힌 수학자의 뒷이야기는 수학자들의 생애에 걸친 노력을 볼 수 있게 해줍니다. 수학의 개념을 만든 사람의 이야기들은 학생들이 외우기만 했던 수학의 개념을 더 잘 이해할 수 있게 도와줄 것입니다. 그리고 수학자들의 재미있는 기행도 학생들에게 수학에 대한 흥미를 높여줄 것입니다. 우리가 잘 알고 있는 아르키메데스의 묘비에는 원기둥과 구가 새겨져 있구요. 교과서에도 실린바 있는 방정식을 연구한 그리스의 수학자 디오판토스의 묘비에는 이런 글이 새겨져 있습니다.

지나가는 나그네여, 이 비석 밑에는 디오판토스가 잠들어 있는데 그의 생애를 수로 말하겠소. 그는 일생의 $\frac{1}{6}$ 은 소년 시대였고, 일생의 $\frac{1}{12}$ 은 청년 시대였으며 다시 일생의 $\frac{1}{7}$ 을 살다가 결혼하여 5년 후에 아들을 낳았고, 그의 아들은 아버지의 생애의 $\frac{1}{2}$ 만큼 살다 죽었으

며, 아들이 죽고 난 4년 후에 비로소 디오판토스는 일생을 마쳤노라. 디오판토스가 몇 살에 일생을 마쳤는지 아이들과 함께 풀어보면 재미있겠죠?

② 수학사 이야기

수학사는 수학적 문제 외에도 다양한 수학의 원리나 개념들이 형성된 배경, 당시 사회와 관련된 재미있는 에피소드를 알 수 있게 해줍니다. 이런 에피소드들은 학생들의 흥미를 높이고 수학수업에 활기를 불어넣는 역할을 합니다.

이집트에서 수학이 발달하게 된 것은 바로 땅 문제 때문이었습니다. 수시로 범람하는 나일강 때문이지요. 나일강이 범람하고 나면 땅의 경계가 사라지기 때문에 백성들에게 다시 땅을 찾아 주고 그 경계를 그려주어야 했습니다. 사라진 경계는 대부분 직선 보다는 곡선으로 되어 있는 곳이 많아 원의 넓이를 구해야 하는 경우가 많이 발생하다보니 자연스럽게 넓이를 구하거나 계산하는 방법이 발달하게 되었습니다. 실제로 발굴된 파피루스에도 원의 넓이를 구하는 문제가 적혀있기도 합니다.

③ 일상생활 속 이야기

교과서 중심의 학습 방법에서 벗어나 수학적 흥미를 유발시키고, 수학적 사고력과 문제해결력을 신장시킬 수 있어야합니다. 학생들의 생활 주변 현상이나 구체적인 사실 경험을 학습소재로 하여 실생활과 수학이 밀접한 관계가 있다는 것을 깨닫게 할 필요가 있습니다. 수학은 단순히 연산훈련이나 계산만하는 학문이 아닙니다. 이 세상은 수학으로 이루어져 있으며 일상생활에서 생기는 수많은 문제를 수학을 활용하여 쉽게 해결할 수 있습니다. 다양한 수학의 원리가 담겨있는 생활 속 이야기를 활용하여 수학 수업에 활용할 수 있다면 수학에 대한 흥미를 높일 수 있을 뿐만 아니라 수학의 학문적인 면과 실용적인 면의 적절한 조화를 이루어 수업의 효과를 극대화할 수 있습니다.

02. 수학교과서 삽화로 이야기하기

위 세 가지를 굳이 준비하지 않아도 괜찮습니다. 개정된 수학교과서에 매 단원 첫차시를 이야기로 시작하는 스토리텔링 수학을 도입하여 보급하고 있습니다. 첫 차시에 6페이지 정도의 삽화를 학생들에게 제공하여 교사가 활용하도록 안내하고 있으며 첫차시의 이야기를 두 번째 차시부터는 연결하여 수업을 할 수 있게 합니다.

교사용 지도서에 삽화에 대한 이야기가 안내되어 있습니다. 선생님들 마다 그 내용을 그대로 읽어주시는 분도 계시고 아예 첫 시간은 그냥 넘어가시는 분도 계시고 아니면 새로운 이야기로 재구성해서 들려주시는 분도 계십니다.

교과서에 제시된 그림으로 할 수 있는 방법에는 어떤 것들이 있을까요?

① 이야기 쓰기

학생들이 교과서 그림을 보면서 어떤 이야기인지 상상해보고 직접 써보게 합니다. 단원명만 봐도 학생들이 그림 속에 숨어있는 단원과 관련된 개념들을 찾아냅니다. 아무런 이야기를 해주지 않아도 학생들은 재미있게 이야기들을 만들어냅니다.

② 이야기 읽기

그림읽기라고도 하죠. 쓰기를 힘들어하는 저학년들은 그림을 보고 바로 짝에게 설명을 하도록 합니다. 물론 짝은 가만히 듣고 있기 보다는 궁금한 것이 있으면 질문을 해보게 합니다. 질문을 할 때 친구의 이야기가 더 재밌게 나올 수 있도록, 잘 만들어질 수 있도록 도와주는 질문을 해보라고 이야기를 합니다. 서로가 질문에 답하는 것만으로 이야기가 훌륭하게 완성이 됩니다. 질문을 서로가 주고받음으로서 그림에서 놓친 부분도 알게 되고 이야기가 더 풍부해집니다.

③ 이야기 내용 바꾸기

선생님이 교과서에 제시된 이야기를 들려주고 학생들에게 바꾸어보라고 해볼 수도 있습니다. 선생님이 해주시는 이야기를 그저 듣기만 한다면 남의 이야기가 되지만 이야기를 바꾸는 순간 이야기에 집중하고 그림에 집중하게 되며 남의 이야기가 아닌 진짜 내 이야기가 됩니다.

④ 이야기를 역할극으로 바꾸기

학생들이 이야기를 만들거나 교과서에 제시된 이야기를 바꾸어 간단한 역할극으로 만들 수도 있습니다. 수학의 개념이 들어간 이야기를 직접 대본으로 만들고 몸으로 표현하는 역할극을 하는 과정 속에서 수학을 체화하게 됩니다. 직접 역할극을 해본 학생들이 과연 관련 수학개념을 쉽게 잊을 수 있을까요?

⑤ 전체 이야기 나누기

교과서의 그림들을 학생들과 함께 보면서 질문하고 이야기를 나눌 수도 있습니다. 그림 한 장면, 장면 함께 보면서 “이 그림이 왜 나왔을까?”, “이번 단원에서 배울 내용과 관련 있는 그림들을 찾아볼래?” 등의 다양한 질문들을 해볼 수도 있습니다. 수학은 단원마다 꼭 알아야 할 개념이 있습니다. 그 개념은 꼭 교사 혼자 찾아야 할까요? 함께 이야기를 만들어 보는 것도 좋지만 개념을 찾아보는 건 어떨까요. “이번 단원은 여러 가지 도형 단원인데 도형과 관련해서 궁금한 건 없었니?”라고요. 학생들에게 물어보고 질문들을 칠판에 적어나간 뒤에 같이 공부하고 싶은 질문들만 남기면 그게 진짜 이번 단원의 핵심 개념이 아닐까요? 이건 수학만 해당하는 건 아닙니다. 모든 교과에 다 적용할 수 있습니다.

1) 전체 이야기 나누기

교과서에 나오는 것들에 대해 전체 학생들과 간단하게 질문과 이야기를 나눕니다. 바로 “짜과 이야기해보세요”라고 할 수도 있지만 아직 저학년이고 익숙지 않은 상황이라면 먼저 교사가 시범을 보인다는 의미로 학생들에게 간단한 질문을 던지는 것으로 시작하는 것도 좋습니다.

2) 짝 질문과 이야기 나누기

학생들에게 짝끼리 질문과 이야기를 나눌 시간을 줍니다. 바로 짝과 나누는 것이 어려울 수 있으므로 먼저 자신의 공책에 질문을 만들어 보라고 합니다. 여기서 그냥 질문을 만들어 보라고 할 수도 있지만 5개의 질문을 만들면 그 중 2개는 이번 단원과 관련 있는 질문을 만들어 보라고 해보세요. 학생들이 재밌게 잘 만들어 냅니다.

3) 전체 릴레이 퀴즈

짝끼리 질문과 이야기를 나누면 전체 릴레이퀴즈를 합니다. 먼저 희망하는 학생이나 뽑기틀 등을 이용하여 첫 번째 질문을 하는 학생을 선정합니다. 첫 번째 학생이 질문을 하면 그 질문에 대답하고 대답한 학생이 다시 질문을 하는 릴레이 형식의 퀴즈입니다. 학생들이 문제를 낼 때는 먼저 몇 쪽 질문인지를 밝히고 질문하도록 합니다.

간혹 기발하거나 창의적인 질문이 나올 때가 있습니다. 그럼 당연히 학생들도 기발하고 재미 있는 답들이 나오겠죠. 그럴 때는 학생들의 답을 가능한 많이 들어보고 질문자가 생각한 답과 비슷한 답을 말한 학생을 뽑도록 합니다.

어떻습니까? 기발하고 재미있는 질문과 이야기가 오고가면서 웃음이 피어납니다. 학생들이 너무도 재미있게 참여하고 이야기합니다. 서로 질문하고 싶어 하고 대답하고 싶어서 누구의 대답을 들어야할지 정하는 것이 어려울 정도입니다.

학생들이 공부라고 느낄까요? 재미있는 게임처럼 자연스럽게 네 자리수를 찾아보게 되고 네 자리수를 이야기하게 됩니다. 마지막활동으로 학생들과 느낀 점을 나누면 생각 외로 우리 주변에 숫자가 많은 것에 놀랐다는 이야기들이 나옵니다. 생활 속 수학에 대해 자연스럽게 익히게 되는 겁니다.

03. 재미있는 이야기로 시작하는 수학

1. 교과서에 나온 이야기 말고 이런 문제로 시작해볼 수도 있습니다. 우선 태권브이가 사람의 체형과 유사하게 만들어졌다는 것을 전제로 풀어볼 수 있겠네요. 같이 한번 구해볼까요? 제 이마가 7cm입니다. 키가 165이구요. 사람이 타고 조종하는 제비호가 들어가는 이마 부분을 얼마정도로 볼까요. 한 2m?

$$\text{사람이마 높이} : \text{사람 키} = \text{태권브이 이마} : \text{태권브이 키}$$

$7 : 165 = 2 : x$, $x=47$. 47m가 나오네요. 그럼 다른 방법은 없을까요? 맨 처음의 전제가 “태권브이는 사람의 체형과 유사하게 만들었을 것이다.”였습니다. 한국 사람의 체형은 대개 6~7등신이라고 합니다. 태권브이도 그렇다고 보고 이마가 2m라고 봤을 때 얼굴이 이마, 코, 턱의 3등분 구조니까 얼굴 길이는 $2 \times 3 = 6m$. $6 \times 7 = 42m$. 아까 풀어낸 것과 조금 차이가 나네요. 하지만 여기서 중요한건 사실 태권브이의 정확한 키가 아닙니다. 그렇게 생각한 논리적인 근거인거죠. 어떠세요. 비례식 문제를 이렇게만 제시해도 학생들 반응은 어떨까요? 하지만 요즘 학생들에게 태권브이는 너무도 낯선 만화일 겁니다. 그럼 다른 이야기도 한번 찾아볼까요.

2. 걸리버 여행기에서 찾아보는 수학

우리가 어릴 때 읽었던 ‘걸리버 여행기’ 속에도 수학과 관련된 이야기들이 많습니다. ‘걸리버 여행기’를 쓴 조나단 스위프트는 영국의 작가인데요. 걸리버가 소인국에 갔더니 소인국의 모든 생물과 물건들은 12분의 1이었고, 거인국의 모든 생물과 물건들은 12배였습니다. 그러면 왜 특별히 12라는 것을 썼을까요? 그 이유는 당시 영국에서 12진법을 썼다는 것에서 찾을 수 있습니다. 이 12진법이 아직도 남아있는 자취를 발견할 수 있는데 시간을 12시간을 단위로 한다든지, 연필 한 다스를 12자루로 하는 것은 12진법의 하나입니다.

“300명의 요리사가 나를 위해 음식을 요리했다. 내 집 주위에는 작은 집들이 세워지고, 거기서 요리사들은 가족들과 함께 지내면서 요리를 하였다. 식사 때마다 나는 20명의 시중꾼을 손으로 집어 식탁 위에 올려 주었다. 그러면 바닥에 100명쯤의 또 다른 시중꾼들이 준비하고 있다가, 어떤 사람은 음식 접시를 꺼내고 어떤 사람은 포도주통을 어깨로 젖혀 술사다리로 올렸다. 식탁 위에 있는 시중꾼은 내가 원하는 것을 밧줄과 도르래를 이용하여 무엇이건 끌어올렸다.”

특히나 이 부분은 부피와 면적에 관한 이야기를 할 수 있는 부분입니다. 걸리버의 키는 릴리펫 사람들보다 12배 컸다고 합니다. 면적은 제곱으로 늘어나고 부피는 세제곱으로 늘어나는 수학적 개념을 이용해서 계산할 수 있겠죠? 걸리버의 몸 부피는 릴리펫 사람의 몸 부피를 기준으로 하여 $12 \times 12 \times 12 = 1728$ 배가 됩니다. 그래서 걸리버가 1728명분의 식사를 먹었다고 쓴 듯합니다. 이렇게 따지면 요리사의 수가 그렇게 많았던 이유를 이해할 수 있습니다. 1728인분의 요리를 장만하기 위해서는 한 사람의 요리사가 6인분의 요리를 마련할 수 있다고 하여도 300명쯤은 필요하였을 것입니다. 걸리버의 식사는 해결되었고 이제 걸리버의 옷을 만들려면 걸리버 몸의 면적을 계산해야겠죠? 몸의 면적은 그럼 12×12 인 144배입니다. 옷을 만들기 위해서는 144배의 옷감과 재료가 필요합니다. 만일 릴리펫 사람의 옷을 만드는 데 한 명이 이를 걸린다고 봤을 때 걸리버의 옷 한 벌을 만들기 위해서는 약 300여명이 필요한 것입니다.

이외에도 걸리버가 소인국과 거인국에서 겪었던 이야기들을 학생들과 함께 읽어보고 수학을 찾아보게 한다면 학생들이 흥미를 가지고 즐겁게 참여할 것입니다. 그 외에도 수학시간에 활용할 수 있는 이야기들은 다양하며 조금만 시간을 들여도 쉽게 찾을 수 있습니다. 분수를 공부할 때 함께 생각해볼 수 있는 이야기를 하나만 소개해보겠습니다.

3. 어느 노인의 유언

아주 먼 옛날, 한 노인이 살고 있었습니다. 노인은 17마리의 낙타를 기르고 있었습니다. 세월이 강물처럼 흘러 노인이 죽게 되었습니다. 노인은 자기의 세 아들을 불러놓고 유언하였습니다. “얘들아! 내가 가지고 있는 낙타의 $\frac{1}{2}$ 은 큰애에게, $\frac{1}{3}$ 은 둘째에게, $\frac{1}{9}$ 은 막내에게 주겠노라.” 아들들의 울음소리를 뒤로 한 채 노인은 숨을 거두었습니다. 아들들은 고민에 빠졌습니다. 17이란 수는 2, 3, 9 중 어떤 수로도 나누어지지 않았기 때문이었습니다. 이때였습니다. 낙타를 몰고 가던 한 소년이 말하였습니다. “아저씨들! 걱정하지 마세요. 제가 간단하게 해결해 드릴게요. 아저씨들이 가지고 있는 17마리의 낙타에 제가 가지고 있는 낙타 한 마리를 더하면 간단히 해결해요.” “어떻게?” 모두는 눈이 휘둥그레졌습니다. “잘 보세요. 큰 형님은 $18 \div 2 = 9$ 해서 아홉 마리를 가지세요. 둘째형님은 $18 \div 3 = 6$ 해서 여섯 마리를 갖구요. 막내 동생은 $18 \div 9 = 2$ 이니까 두 마리를 가지세요.” “그럼, 넌?”, “걱정 마세요. 그러고도 한 마리 남잖아요. 그것은 원래 제 낙타이니깐요.” 정말이었습니다. 아들들은 아홉 마리, 여섯 마리, 두 마리로 아버지의 유언대로 유산을 가를 수가 있었습니다. 그럼, 과연 맞게 분배한 것일까요? 아닙니다. 물론 틀린 것이죠. 노인의 유언에 함정이 있었던 것입니다. 노인의 유언대로라면 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$ 로써 처음부터 낙타는 분배할 수조차 없었습니다. 옛날 이집트인들은 분자가 1인 단위분수 만들기를 좋아해서 만들어 낸 재미있는 이야기입니다.